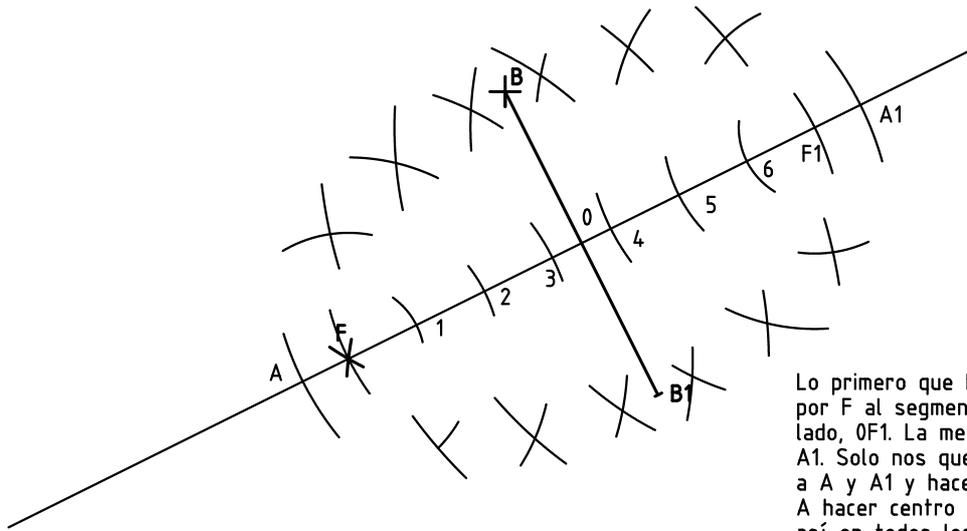
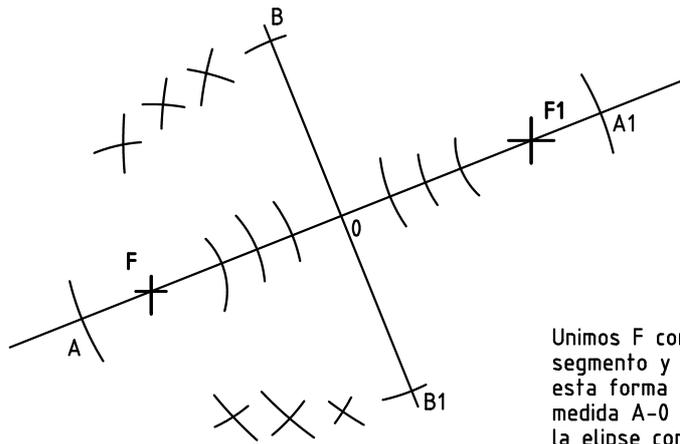


1. Construir una elipse por puntos dados el foco F y el eje menor B-B1. PAU junio 2002.



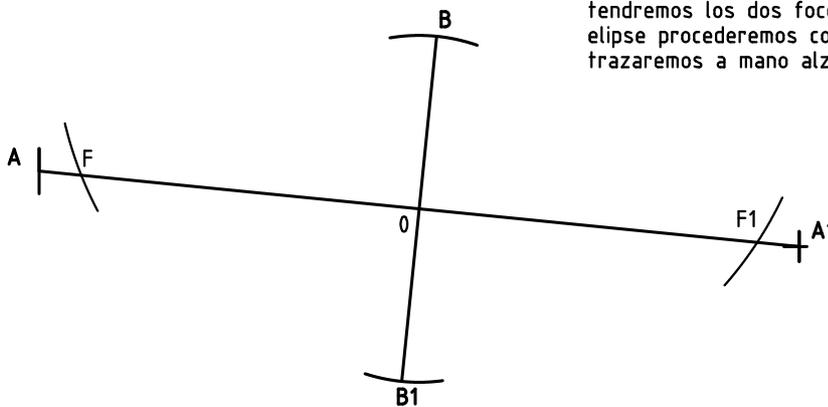
Lo primero que hacemos es pasar una perpendicular por F al segmento B-B1. Pasamos la medida OF al otro lado, OF1. La medida F-B es la que hay desde O a A y A1. Solo nos quedará coger las medidas de cada punto a A y A1 y hacer centro en el foco. Por ejemplo, de 1 a A hacer centro en F y de 1 a A1 hacer centro en F1. Y así en todos los demás. Esto vale para todos los ejercicios posteriores de hallar la elipse por puntos. La elipse se traza a mano alzada.

2. Trace una elipse conocidos los focos F y F1 y la longitud del eje menor B-B1=50mm. PAU junio 2005.



Unimos F con F1. Trazamos la mediatriz de este segmento y ponemos 25mm arriba y 25mm abajo, de esta forma hallamos B y B1. La medida F-B es la medida A-0 y A1-0. Después hallaríamos los puntos de la elipse como hemos explicado antes. La elipse se traza a mano alzada, por los puntos que nos dan los arcos de circunferencia.

3. Dados los ejes de una elipse, determine sus focos y dibuje la misma por puntos (mínimo 12 puntos). PAU sept 2007.



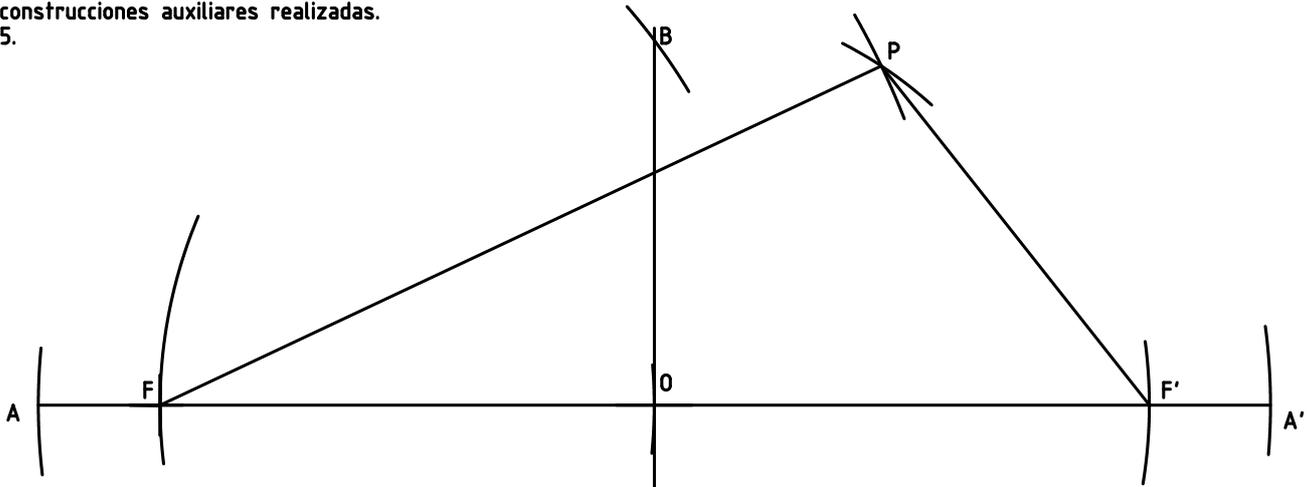
En este caso tenemos el eje mayor y menor. Para determinar los focos cogemos la medida A-0 y la ponemos desde B o B1 y sobre el eje mayor tendremos los dos focos. Para hallar los puntos de la elipse procederemos como ya hemos dicho y la trazaremos a mano alzada.

Fecha	Nombre	<b>VERO SEBASTIÀ</b>
Curso 2º Bach	Título Curvas cónicas 1	

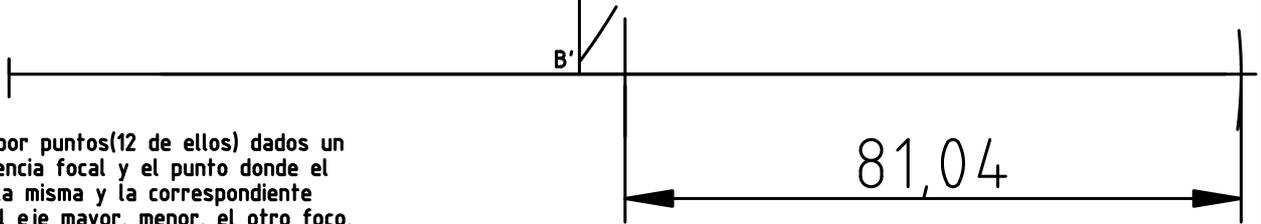
4. Dado el centro  $O$ , un foco  $F$  y un punto  $P$  de una elipse, se pide:

- Obtener los ejes principales de la elipse  $AA'$  y  $BB'$
- Dibujar la elipse con al menos ocho puntos adicionales.

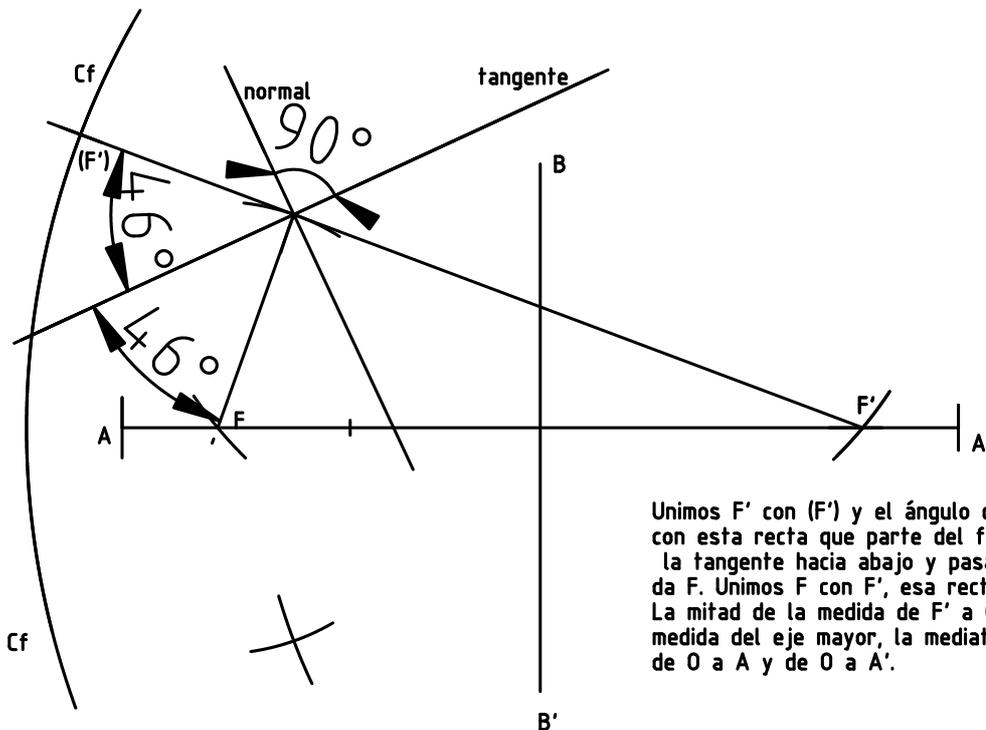
No borre las construcciones auxiliares realizadas.  
PAU junio 2015.



Unimos  $O$  con  $F$ , esta distancia la pasamos a la derecha y encontramos  $F'$ , de  $F$  a  $P$  + de  $F'$  a  $P$  es la medida total de  $A$  a  $A'$ , lo hemos sumado abajo del ejercicio y con la mediatriz sabemos que hay de  $A$  a  $O$  y de  $O$  a  $A'$ . De  $A$  a  $O$  es la medida de  $F$  a  $B$  y de  $F$  a  $B'$ .



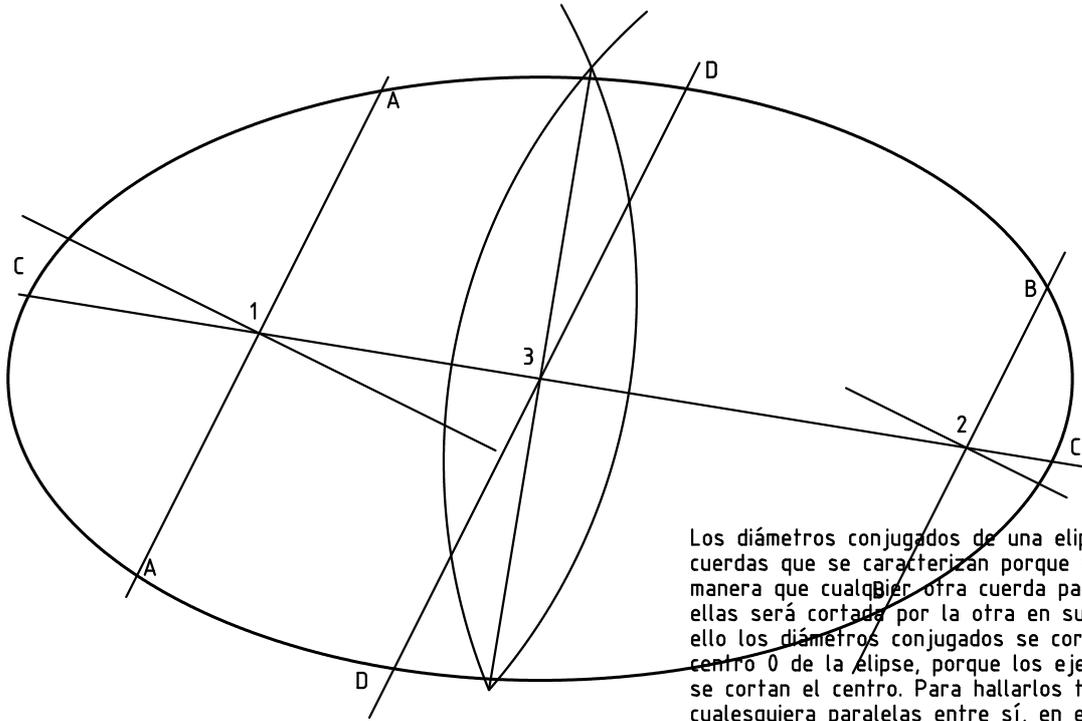
5. Encontrar la elipse por puntos (12 de ellos) dados un foco con su circunferencia focal y el punto donde el radio vector corta a la misma y la correspondiente tangente. Determina el eje mayor, menor, el otro foco, el punto de la elipse en la recta tangente dada, la normal en el mismo punto.



Unimos  $F'$  con  $(F')$  y el ángulo que forma la tangente con esta recta que parte del foco  $F'$  lo trasladamos de la tangente hacia abajo y pasamos la medida que nos da  $F$ . Unimos  $F$  con  $F'$ , esa recta es el eje mayor. La mitad de la medida de  $F'$  a  $(F')$  o de  $(F')$  a  $F$  es la medida del eje mayor, la mediatriz nos da la medida de  $O$  a  $A$  y de  $O$  a  $A'$ .

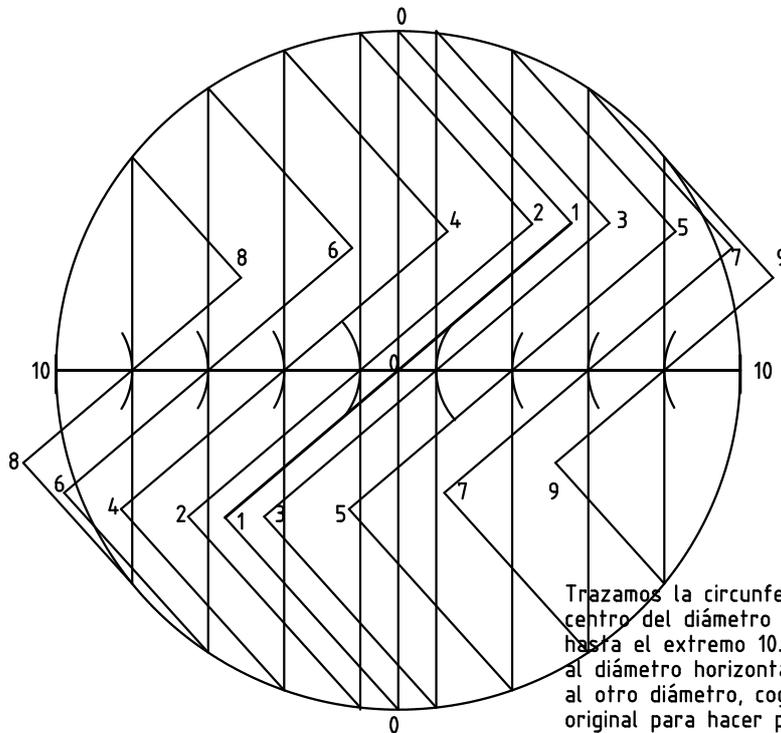
Fecha	Nombre	<b>VERO SEBASTIÀ</b>
Curso 2º Bach	Título Curvas cónicas 2	

6. Construir dos diámetros conjugados a partir de la elipse dada.



Los diámetros conjugados de una elipse son dos cuerdas que se caracterizan porque se cortan de manera que cualquier otra cuerda paralela a una de ellas será cortada por la otra en su punto medio. Por ello los diámetros conjugados se cortan siempre en el centro  $O$  de la elipse, porque los ejes de ella también se cortan el centro. Para hallarlos trazamos dos rectas cualesquiera paralelas entre sí, en este caso  $AA'$  y  $BB'$ . Hallamos sus mediatrices que las cortan en 1 y 2 que los unimos y ya tenemos un diámetro de los dos que es  $CC'$ . Es así porque lo hemos hallado buscando los dos puntos medios de dos cuerdas paralelas. Después hacemos la mediatriz  $CC'$  y hallamos 3 y por 3 pasamos una paralela a  $AA'$  y  $BB'$  que será el otro diámetro conjugado.

7. Construir una elipse a partir de dos diámetros conjugados.



Trazamos la circunferencia principal desde  $O$  en el centro del diámetro conjugado horizontal y centro, hasta el extremo 10. Trazamos rectas perpendiculares al diámetro horizontal y por donde lo cortan paralelas al otro diámetro, cogemos la dirección  $O1$  que es la original para hacer paralelas por los demás puntos. La elipse pasará por 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10. Se dibujará a mano alzada.

Fecha

Nombre

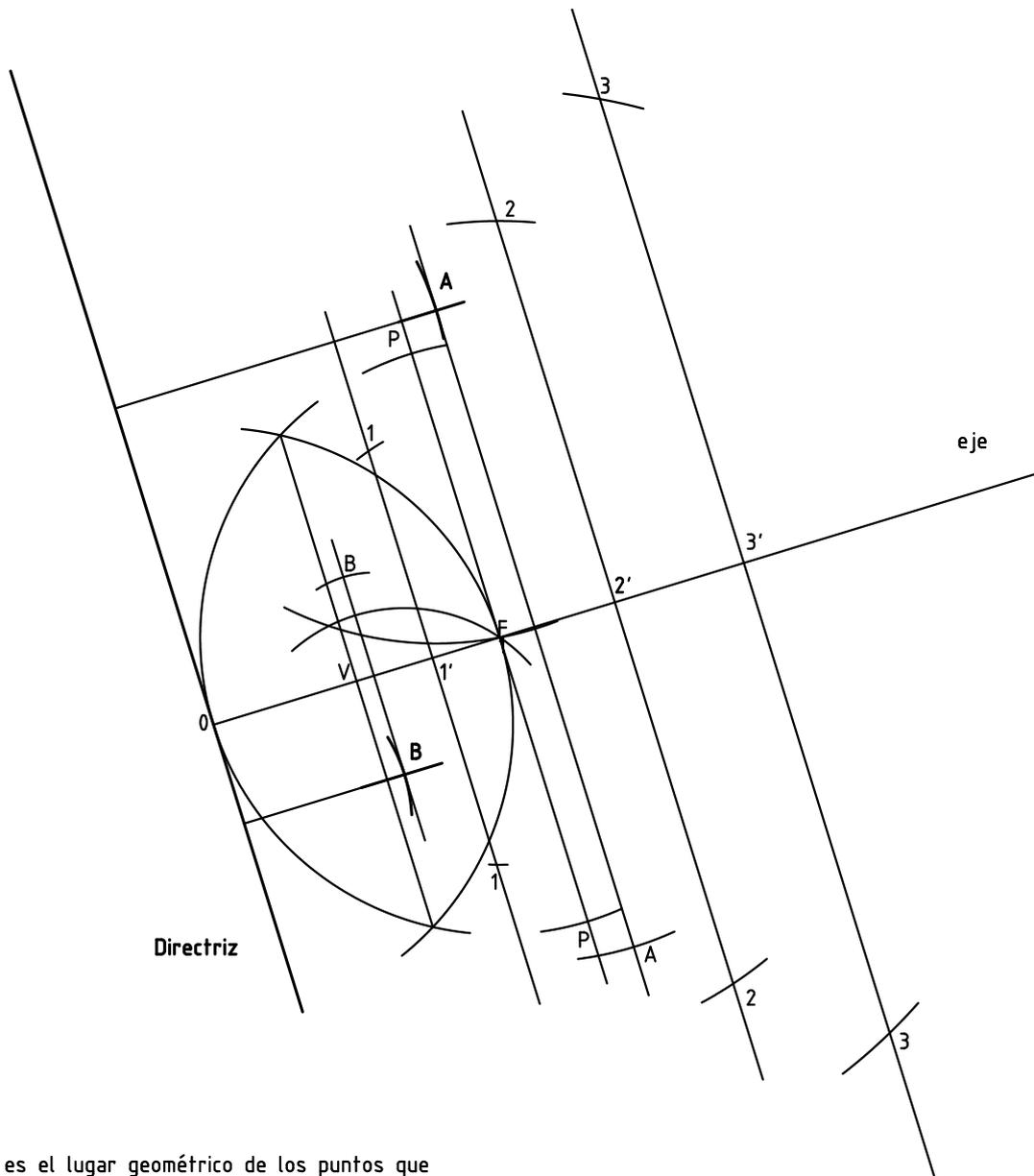
Curso 2º Bach

Título Curvas cónicas 3

**VERO**  
**SEBASTIÀ**

8. Represente una parábola conocida la directriz  $d$  y dos puntos  $A$  y  $B$  de la misma. Determine el eje, el foco y el vértice de la parábola. Para representar la parábola se deben determinar un número mínimo de 10 puntos en total (incluidos  $A$  y  $B$ ). De las posibles soluciones elija aquella en la que el foco está más lejos de la directriz.  
PAU junio 2015 B

Trazamos una perpendicular a la directriz por  $A$  y  $B$ . Con la distancia de los segmentos que obtenemos hacemos dos arcos que nos dan  $F$  (el más alejado de la directriz) haciendo centro en  $A$  y en  $B$ . Por  $F$  y perpendicular a la directriz tenemos el eje. Si hacemos una circunferencia con centro  $F$  y hasta  $O$  tenemos el parámetro  $P$ , la medida  $F-P$ ,  $F-P$  y  $F-O$ . El vértice está en la mitad de la distancia  $O-F$ . Dibujamos los simétricos respecto al eje de  $A$  y  $B$ . Hallamos tres puntos más. De  $1'$  a  $O$  hay lo mismo que de  $F$  a  $1$ . Igual para  $2'$  y  $3'$ .  
PAU junio 15 B

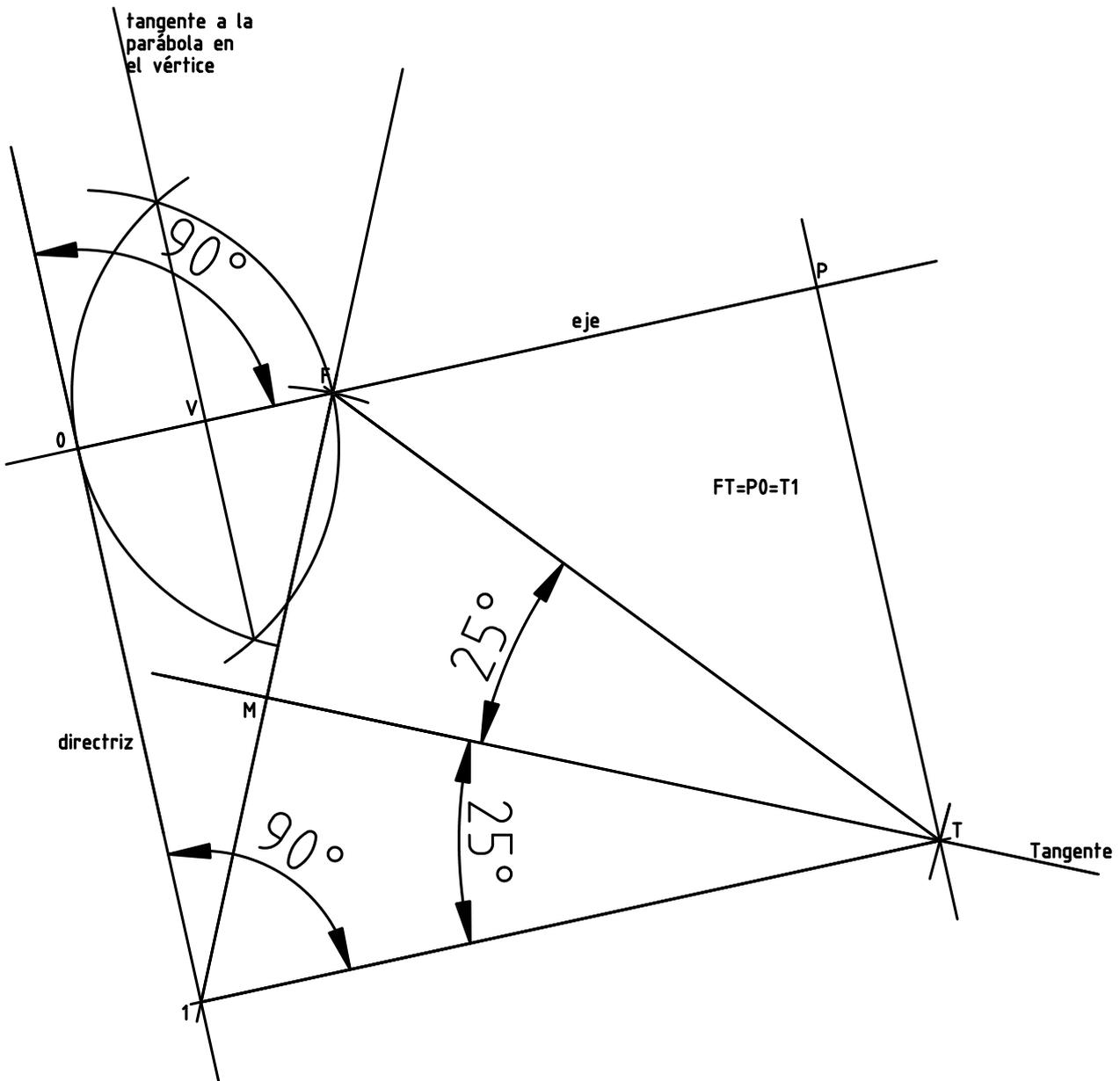


Una parábola es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto llamado foco y una recta llamada directriz. Aparece cuando cortamos con un plano paralelo a una generatriz un cono.

Fecha	Nombre	<b>VERO SEBASTIÀ</b>
Curso 2º Bach	Título Curvas cónicas 4	

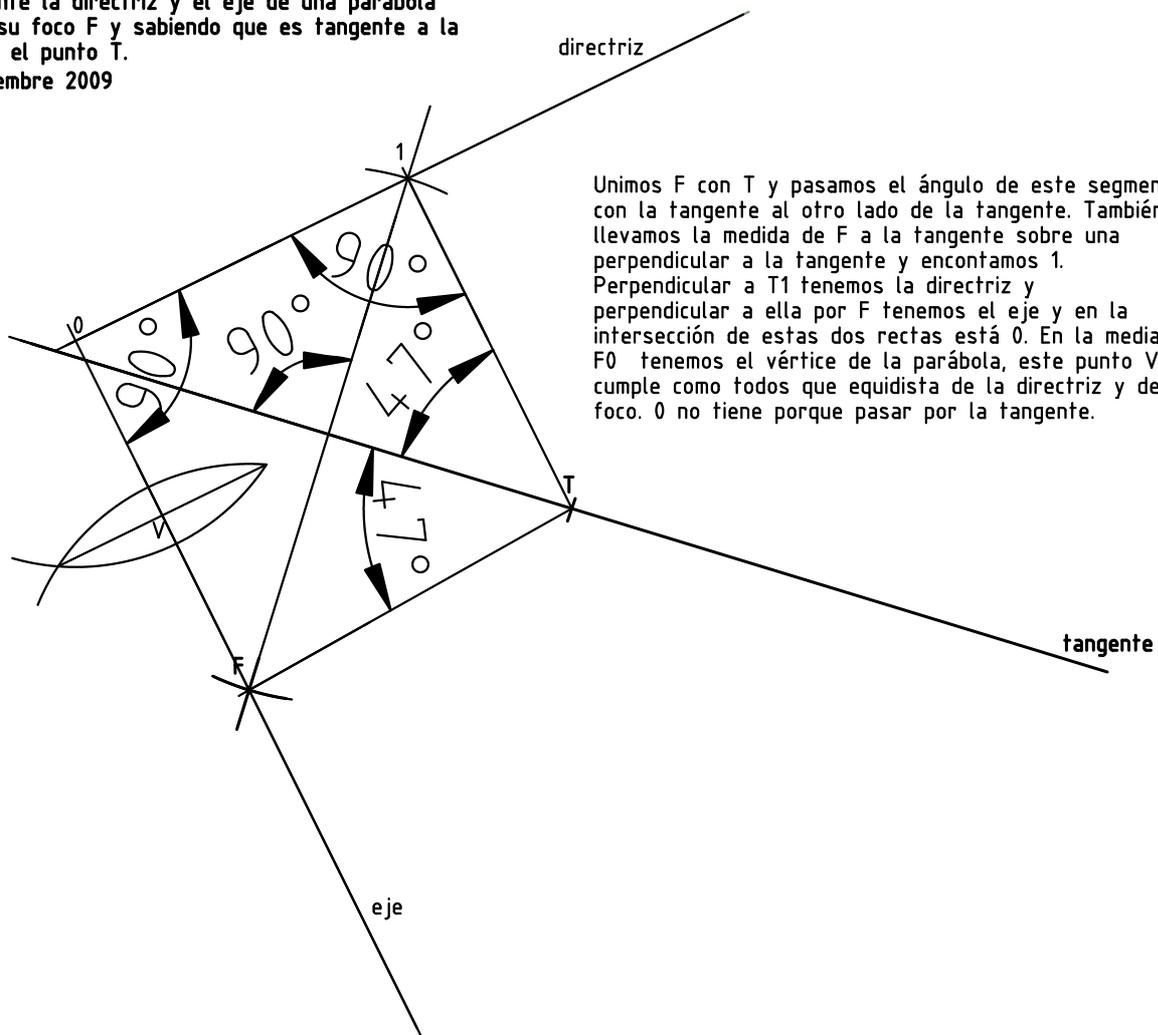
9. Represente la directriz y el eje de una parábola conocido su foco F y sabiendo que es tangente a la recta en el punto T.

Tenemos como datos la tangente, el punto de tangencia, y punto de la parábola T, y el foco. Unimos T con el foco y pasamos el ángulo FTM a la parte contigua MT1. A la dirección T1 le levantamos una perpendicular por 1 y paralela a T1 por F encontramos el eje, así obtenemos O. Para encontrar el vértice dibujamos la mediatriz OF. Para hallar P levantamos una perpendicular por T.



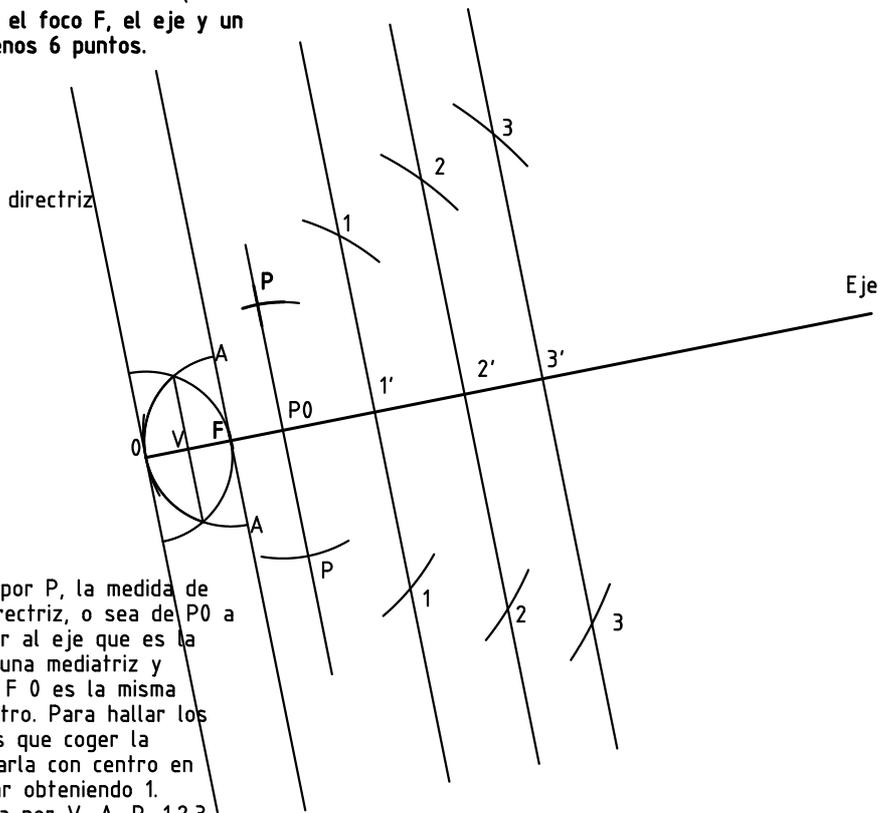
Fecha	Nombre	<b>VERO SEBASTIÀ</b>
Curso 2º Bach	Título Curvas cónicas 5	

10. Represente la directriz y el eje de una parábola conocidos su foco  $F$  y sabiendo que es tangente a la recta  $t$  en el punto  $T$ .  
PAU septiembre 2009



Unimos  $F$  con  $T$  y pasamos el ángulo de este segmento con la tangente al otro lado de la tangente. También llevamos la medida de  $F$  a la tangente sobre una perpendicular a la tangente y encontramos 1. Perpendicular a  $T1$  tenemos la directriz y perpendicular a ella por  $F$  tenemos el eje y en la intersección de estas dos rectas está  $0$ . En la mediatriz  $F0$  tenemos el vértice de la parábola, este punto  $V$  cumple como todos que equidista de la directriz y del foco.  $0$  no tiene porque pasar por la tangente.

11. Trace una parábola conocidos el foco  $F$ , el eje y un punto  $P$  de ella, utilizando al menos 6 puntos.  
PAU junio 2006.

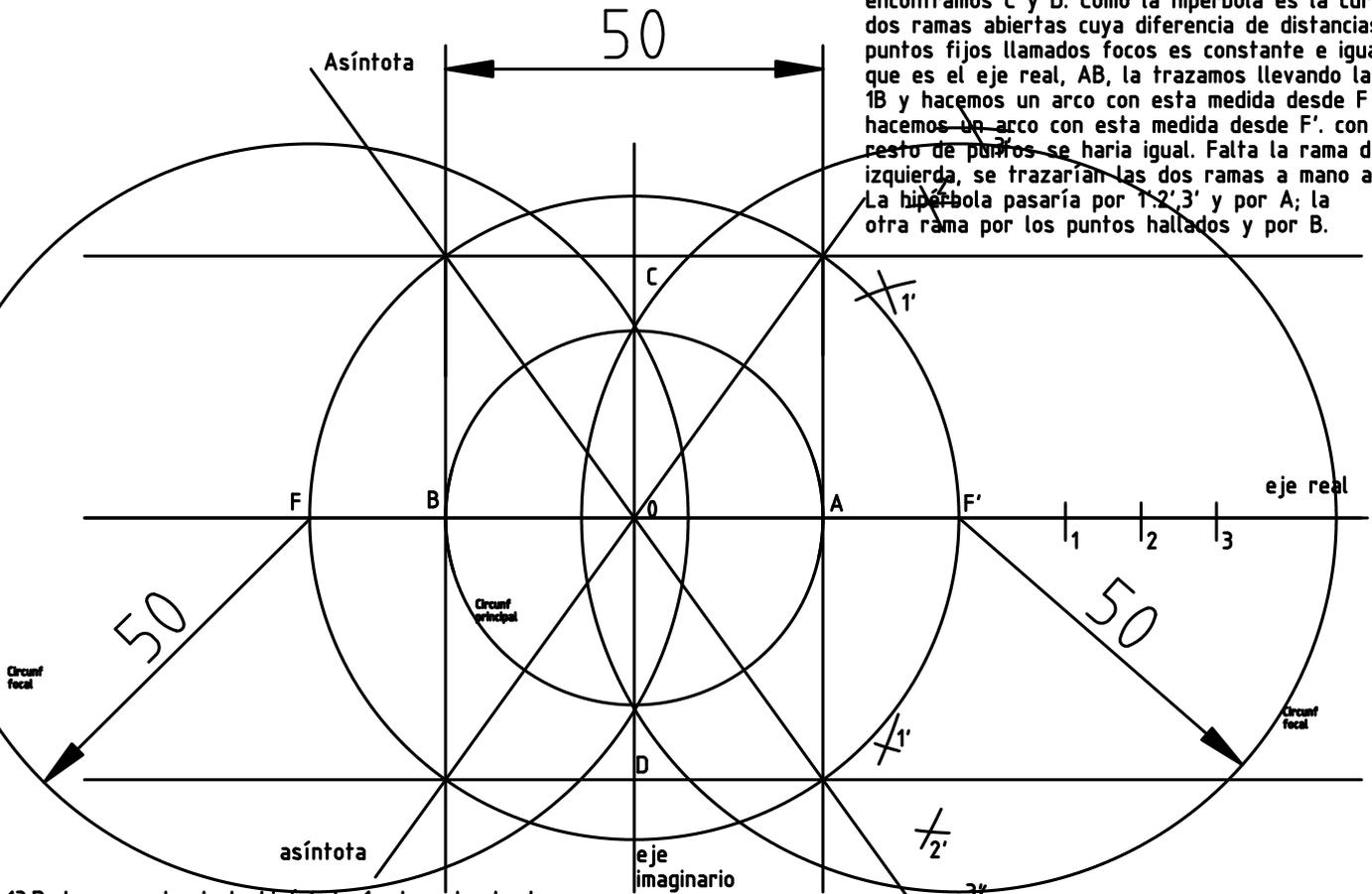


Trazamos una perpendicular al eje por  $P$ , la medida de  $P$  a  $F$  es la que hay de  $P0$  a la directriz, o sea de  $P0$  a  $0$ . Por  $0$  trazamos una perpendicular al eje que es la directriz. Del foco  $F$  a  $0$  trazamos una mediatriz y obtenemos  $V$ , el vértice. La medida  $F0$  es la misma medida de  $F$  a  $A$ , que es el parámetro. Para hallar los puntos de la parábola solo tenemos que coger la medida de  $1'$  a  $0$  y esa medida llevarla con centro en  $F$  y colocarla sobre su perpendicular obteniendo 1. La parábola se traza a mano alzada por  $V, A, P, 1, 2, 3$ .  
PAU junio 2006

Fecha	Nombre	<b>VERO SEBASTIÀ</b>
Curso 2º Bach	Título Curvas cónicas 6	

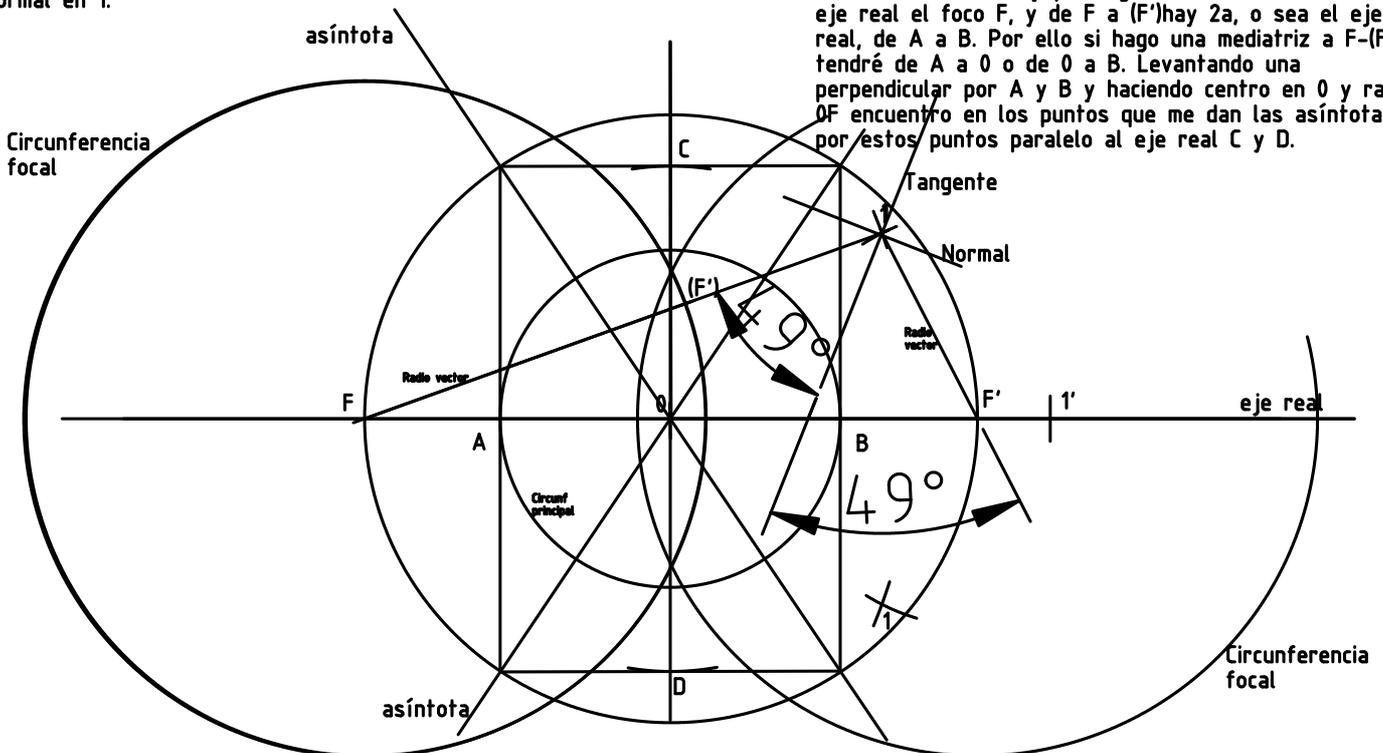
12. Dibujar la hipérbola dado el punto del eje real A de una rama y una asíntota. Hallar el eje real, el imaginario, los focos, la circunferencia principal, las dos circunferencias focales, la otra asíntota y 12 puntos de la hipérbola. Poner nombres.

Donde la asíntota corta el eje real tenemos O. Empezamos dibujando la asíntota simétrica a la dada y el simétrico de A que es B respecto a O. Por A y B trazamos 2 perpendiculares al eje real y donde corta a la asíntota podemos hacer una circunferencia de centro O y radio OP que nos da los dos focos. Por P encontramos C y D. Como la hipérbola es la curva de dos ramas abiertas cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante e igual a 2a que es el eje real, AB, la trazamos llevando la medida 1B y hacemos un arco con esta medida desde F y 1A y hacemos un arco con esta medida desde F'. con el resto de puntos se haría igual. Falta la rama de la izquierda, se trazarían las dos ramas a mano alzada. La hipérbola pasaría por 1, 2, 3' y por A; la otra rama por los puntos hallados y por B.



13. Dado un punto de la hipérbola 1, el punto donde corta el radio vector a la circunferencia focal, el eje real y la circunferencia principal hallar AB y CD, los focos, las asíntotas, la tangente en el punto 1, la normal en 1.

Para realizar este ejercicio hay que saber que uniendo un punto de la hipérbola (1) con la intersección en la circunferencia focal y prolongando obtenemos en el eje real el foco F, y de F a (F') hay 2a, o sea el eje real, de A a B. Por ello si hago una mediatriz a F-(F') tendré de A a O o de O a B. Levantando una perpendicular por A y B y haciendo centro en O y radio OF encuentro en los puntos que me dan las asíntotas, y por estos puntos paralelo al eje real C y D.



Fecha

Nombre

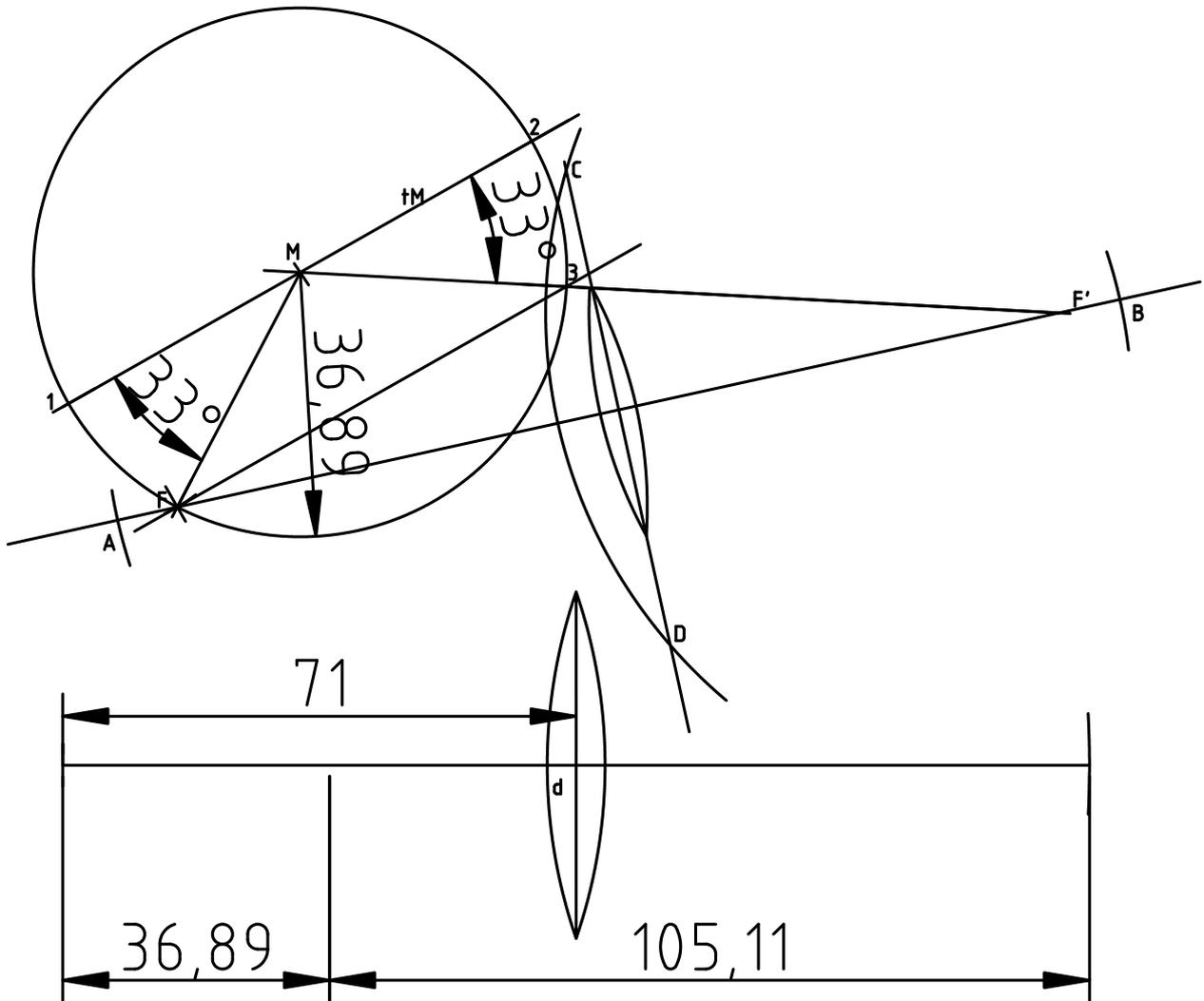
Curso 2º Bach

Título Curvas cónicas 7

VERO  
SEBASTIÀ

14. Dados uno de los focos  $F$  de una elipse, un punto  $M$  perteneciente a ella y la recta tangente a la elipse en dicho punto, y sabiendo que la longitud del eje mayor  $AB$  equivale a la longitud del segmento dibujado, determine, sin dibujar la elipse:  
 El otro foco  $F'$  (1 p.)  
 Extremos de los ejes mayor ( $AB$ ) y menor ( $CD$ ) de la elipse (1 p.)  
 PAU julio 2020, 1ª convocatoria.

Primero pasamos el ángulo  $1MF$  y lo trasladamos obteniendo  $2M3$ . Prolongamos esta recta  $M3$  y en ella colocaremos la medida del resto del segmento eje mayor menos la distancia de  $F$  a  $M$ , así obtenemos  $F'$ . Hacemos la mediatriz de  $F$  a  $F'$  hallando  $A$  y  $B$  con la mediatriz del segmento eje mayor de la elipse. Desde uno de los focos ponemos la medida de la mitad del eje mayor y obtenemos  $C$  y  $D$ .



Fecha	Nombre	<b>VERO SEBASTIÀ</b>
Curso 2º Bach	Título Curvas cónicas 8	